CONVOCATORIA 2020

"ENCONTRANDO EL VALOR DE LA ACELERACION DE LA GRAVEDAD POR MEDIO DE LA CORRELACION LINEAL DE PEARSON"

"Yo confirmo que soy el autor de este trabajo y que no he recibido más ayuda que la permitida por el bachillerato internacional. He citado debidamente las palabras, ideas o gráficos de otra persona, se hayan expresado estos de forma escrita, oral o visual"

INDICE

Introducción:

Podemos empezar definiendo que es la gravedad *"en física se denomina como, la* ***fuerza que ejerce la Tierra sobre todos los cuerpos, atrayéndolos hacia su centro.****"*[1] Se sabe también que el valor de la gravedad depende de la posición en donde se halle la persona u objeto en cualquier parte del mundo.

Podríamos definir que la gravedad "*Es uno es uno de los factores más relevantes para la aparición de vida y su existencia*"[2], toda vida que habita en el planeta tierra se ha adaptado con el paso de los años para poder hacer cara a la gravedad no solo para sobrevivir a la misma sino que también para darle un uso benéfico para sí mismo durante su desarrollo. Durante el paso del tiempo la gravedad siempre ha estado en toda la historia podemos darle el comienzo desde la extinción de los dinosaurios por la caída del meteorito que fue atraído por la gravedad de la tierra la cual crea alrededor un campo gravitatorio, ante todo esto también la gravedad del sol que nos mantiene en una órbita constante alrededor suyo sin perder el rumbo y cada plantea tiene su campo gravitatorio. Pero lo más interesante es como la gravedad al estar presente en nuestro día a día no la notamos tan sencillamente, pero si lo podemos notar cuando un objeto se cae, al abrir el chorro del agua, e incluso la diferencia que hay entre la luna y la tierra entre la superficie y el centro de la tierra la cual es la causante de las olas en el mar conocidas como marea creando así diversas variaciones en el nivel del mar alrededor del mundo.

Galileo Galilei definió que "un objeto en caída libre es aquel que se mueva libremente bajo la influencia solo de la gravedad, cualquiera que sea su movimiento inicial. Los objetos lanzados hacia arriba o hacia abajo, así como los que son soltados desde el reposo, caen todos libremente una vez que sean soltados."[3]

Mi propósito con esta investigación es determinar si el valor de la gravedad varia si este cambia conforme a que altura se deja caer un objeto, en este caso una esfera.

Los objetos durante su caída se ven afectados por el aire pero esta tiene una densidad muy pequeña, con esto a medida que el cuerpo cae, este incrementa su velocidad, la fuerza de fricción que crea con el

---

[1] (7Graus, 2020)
[2] (Ballesteros, 2020)
[3] (Universidad Católica de Chile, 2017)

aire este crece hasta que se iguala con el peso del objeto. El cuerpo cae con velocidad constante la cual se denomina velocidad terminal.

Este proyecto analizará el valor de la gravedad, tomando cuenta la diferencia de alturas y las diferencias de tiempos dentro de las diferentes alturas propuestas.

Los procedimientos que serán utilizados en este proyecto son de tipo estadístico:

- Una prueba de hipótesis para una proporción. Para determinar si la hipótesis tratada es aceptada: la hipótesis nula la cual es la que se pone a prueba pues será la hipótesis que se rechazará o se aceptará.
- El margen de error hace referencia a la cantidad porcentual de error dentro de las pruebas realizadas para poder sacar los datos que se analizaran.
- La linealización de los datos será utilizada para poder ver

Muestra:

Los datos serán tomados lanzando una esfera de metal la cual tenía un peso de 0.15 g, las marcas de altura se hicieron cada 50cm en una pared llegando hasta los 300 cm tomando en cuenta el tiempo que tarda en caer desde cada altura marcada en la pared.

Plan de trabajo:

- Objetivo: Encontrar el valor de la aceleración de la gravedad
- Muestra: tomando 10 alturas diferentes, se tomaron 5 repeticiones del tiempo de caída por cada altura, para un total de 25 alturas
- Las alturas se midieron a partir de 1m de alto y con intervalos de 0.50 m hasta llegar a los 5 metros de altura.
- Ordenar los datos en tablas para el caso.
- Como sabemos que la gráfica tendrá una tendencia exponencial, linealizaremos la curva con su respectivo procedimiento para de ahí obtener la ecuación que nos lleve a hallar la aceleración de la gravedad.

- Cálculos simples La media aritmética o promedio para las alturas y el promedio para los tiempos de caída por repeticiones. La desviación estándar para el tiempo de caída, las gráficas de tendencia de los datos de altura y tiempo, así como de dispersión y de la recta de mínimos cuadrados
- Calculo complejo la linealización de la curva, el cálculo de la correlación lineal de Pearson.
- Materiales de apoyo: regla graduada, metro, ordenador, Excel, peso

  Para dejar caer en el experimento, cronometro

Definiciones:

Dentro del proceso de este trabajo se necesitarán ciertas definiciones que nos ayudarán en el desarrollo de este.

- Correlación lineal de Pearson

  Su utilidad es encontrar la fuerza de relación entre dos variables

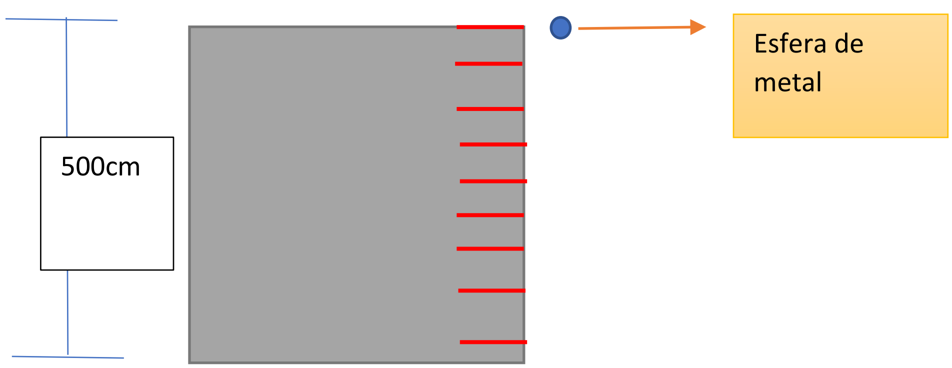
  En nuestro caso veremos la fuerza de la relación entre la altura que cae un cuerpo y el tiempo en que estos llegan al suelo.
- Media aritmética:
  Medida de tendencia central, es un promedio y se ve afectada por valores extremos.

- Desviación estándar:
  Nos indica que tan desviados estamos de la media aritmética en promedio. Es una medida de variación

- Linealización:
  Método para buscar la tendencia lineal de una ecuación exponencial utilizando logaritmos.

Recopilación de Datos:

Para la recopilación de los datos se utilizó una pared hasta la altura de 500cm, una cinta métrica en donde se hicieron las marcas cada 50 cm desde el suelo hasta su punto máximo de los 500cm. Después se tomó la esfera de metal y junto con el cronometro digital con el cual, en cada una de las marcas hechas en la pared con la cinta métrica se deja caer la esfera de metal contando desde el momento en el que se soltaba hasta el momento en el que impactaba en el suelo, este proceso se repitió 5 veces en donde se tomaba nota del tiempo que tardo en recorrer en segundos. Vemos en la gráfica una simulación de la pared para darnos idea desde la altura que se soltó.



Registro de Datos

Tabla 1 Cuadro de tiempos por altura de la caída de la esfera.

Registro de los tiempos de caída en 10 repeticiones

Tabla 1

Altura desde la que se soltó la esfera h/Δ±0.02m*	Tiempo 1**	Tiempo 2	Tiempo 3	Tiempo 4	Tiempo 5
0.5m	0.23	0.28	0.3	0.28	0.29
1.0m	0.43	0.44	0.41	0.47	0.42
1.5m	0.55	0.53	0.52	0.59	0.55
2.0m	0.63	0.61	0.69	0.63	0.64
2.5m	0.78	0.75	0.74	0.71	0.73
3.0m	0.88	0.84	0.9	0.81	0.86
3.5m	1.03	0.86	0.9	0.85	0.88
4.0m	0.94	0.9	0.95	0.95	0.96
4.5m	0.95	1.1	0.95	1	0.99
5.0m	0.95	1.2	0.99	0.92	1.05

**el error de la cinta métrica*

***El error del cronómetro es de 0.01 segundo.*

Aquí podemos observar que la tabla nos muestra las diferentes alturas de las cuales se soltó la esfera de metal junto con el tiempo que tardo en caer. Para poder tener una variación dentro de los datos obtenidos fue tomado en cuenta que la experimentación se realizaría desde 10 alturas diferentes, 5 veces en cada una para así obtener los lapsos de tiempo.

PROCEDIMIENTOS

Luego de registrar la información procedimos a resumir en la tabla 2 los tiempos promedio de cada altura

Tabla 2: Tiempo promedio para cada altura

	Alturas y tiempos de caída				
Altura (metros)	$\bar{t}$ Tiempo promedio en segundos	Máximo	Mínimo	Rango	Error%
0.5	0.276	0.30	0.23	0.07	25.3623188
1.0	0.434	0.47	0.41	0.06	13.8248848
1.5	0.548	0.59	0.52	0.07	12.7737226
2.0	0.640	0.69	0.61	0.08	12.50
2.5	0.742	0.78	0.71	0.07	9.43396226
3.0	0.858	0.90	0.81	0.09	10.4895105
3.5	0.904	1.03	0.85	0.18	19.9115044
4.0	0.940	1.00	0.95	0.05	5.31914894
4.5	0.998	1.10	0.95	0.15	15.0300601
5.0	1.050	1.20	0.92	0.28	26.6666667

Error $=(\frac{Rango}{\bar{x}}) * 100$

En la tabla 2 podemos observar los datos de cada altura con todos sus tiempos en cuanto a promedios, también se colocaron los puntos máximos y mínimos de cada uno de los datos, el rango dentro de los puntos máximos y mínimos de cada altura, el porcentaje de error entre el promedio y el rango y su error promedio.

Para obtener el tiempo promedio utilizamos

$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_n}{n}$ que es el tiempo medio de caída para cada altura

Por ejemplo la primera altura

Donde t_n son los diferentes tiempos en cada altura es decir una media aritmética por cada altura (10 Por cada una) después se sacan los datos máximos y mínimos, con la finalidad de obtener el rango que consiste en la diferencia entre el dato máximo y mínimo. El error mostrado se obtiene del cociente entre el rango y el promedio y su producto por 100 para tenerlo en porcentaje.

Resumen de los promedios de los tiempos de caída por cada altura considerada

Tabla 3

Altura (metros)	$\bar{t}$ Tiempo promedio en segundos
0.5	0.276
1	0.434
1.5	0.548
2	0.64
2.5	0.742
3	0.858
3.5	0.904
4	0.94
4.5	0.998
5	1.05

Procedemos a analizar los datos de tiempo promedio en segundos y altura en metros,

Pero antes se tienen en consideración los siguientes aspectos: como tomaremos de referencia la ecuación de cinemática del movimiento

$\Delta y = Vo + \frac{1}{2}at^2$ donde la velocidad inicial es 0 debido a que los objetos se dejan caer

$\Delta y = \frac{1}{2}at^2$ donde lo que utilizamos es la aceleración de la gravedad en caída libre

Entonces

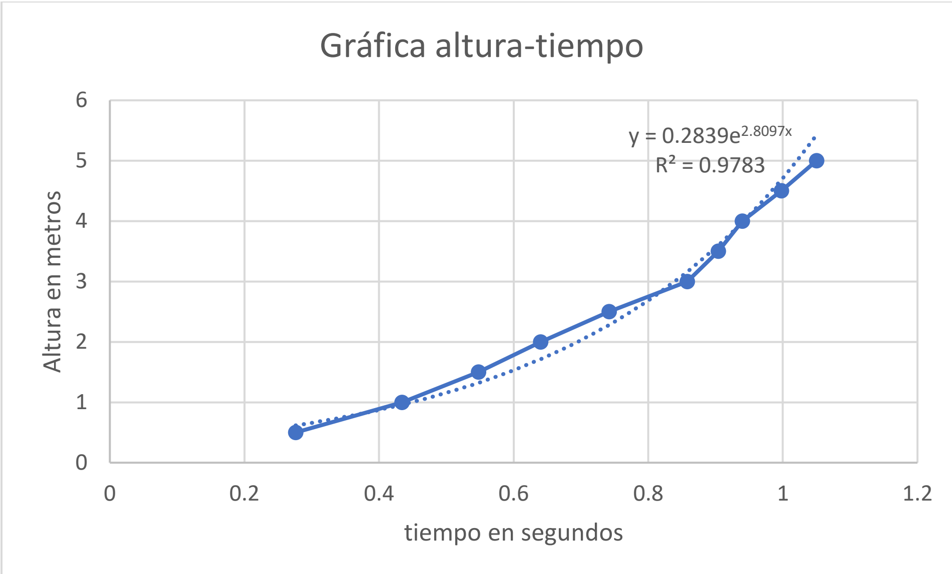
Tabla 5

haciendo el traspaso

x	y
0.276	0.5
0.434	1
0.548	1.5
0.64	2
0.742	2.5
0.858	3
0.904	3.5
0.94	4
0.998	4.5
1.05	5

Ahora la variable x son los tiempos promedios de caída y la variable Y son las alturas

Gráfica 1



Analizando la gráfica de dispersión observamos que tiene una tendencia exponencial según los puntos y confirmado con la ecuación exponencial.

Para examinar el proceso entonces procedemos a linealizar la curva:

a. Obtenemos los logaritmos de las dos columnas x, y de base 10 pues no pretendemos buscar su relación con la exponencial

b. obtenemos la siguiente tabla donde aplicamos logaritmo de base 10 a ambas variables

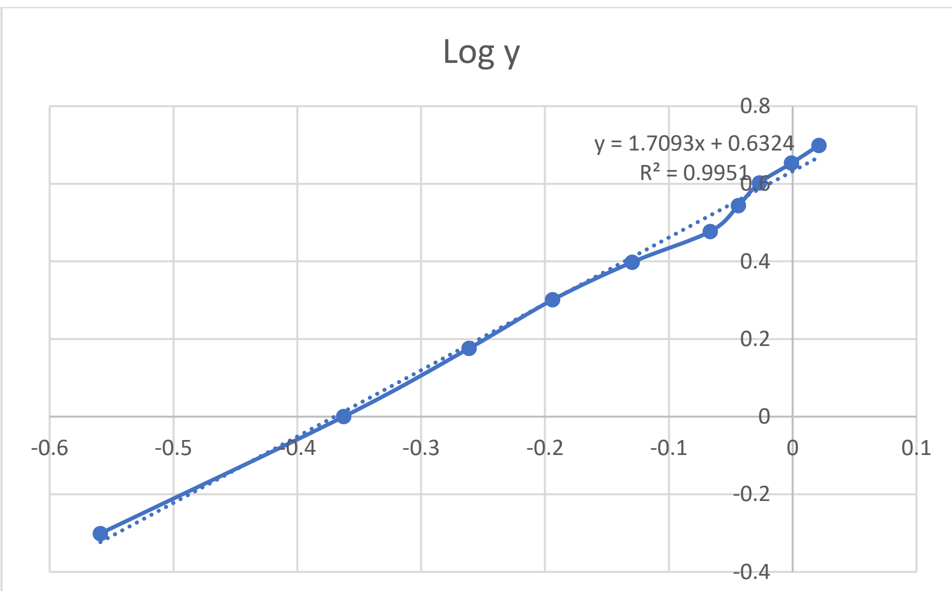
Tabla 6

x	y	Log x	Log y
0.276	0.5	-0.55909092	-0.30103
0.434	1	-0.36251027	0
0.548	1.5	-0.26121944	0.17609126
0.64	2	-0.19382003	0.30103
0.742	2.5	-0.12959609	0.39794001
0.858	3	-0.06651271	0.47712125

0.904	3.5	-0.04383157	0.54406804
0.94	4	-0.02687215	0.60205999
0.998	4.5	-0.00086946	0.65321251
1.05	5	0.0211893	0.69897

Ya obtenidos los logaritmos para ambas variables procedemos a la gráfica de estos

Gráfica 2



Ahora podemos ver que la linealización se llevó a cabo y el resultado del coeficiente de determinación es muy fuerte 0.9951 y la ecuación de mínimos cuadrados es

y= 1.7093x + 0.6324 estos dos resultados haremos el procedimiento para complementarlos

Cálculo de la correlación lineal de Pearson

procedimiento de encontrar la Correlación Lineal

Log x	Log y	x $\times y$	x^2	y^2
-0.55909092	-0.30103	0.16830314	0.31258265	0.09061906
-0.36251027	0	0	0.1314137	0
-0.26121944	0.17609126	-0.04599846	0.0682356	0.03100813
-0.19382003	0.30103	-0.05834564	0.0375662	0.09061906
-0.12959609	0.39794001	-0.05157147	0.01679515	0.15835625
-0.06651271	0.47712125	-0.03173463	0.00442394	0.22764469
-0.04383157	0.54406804	-0.02384736	0.00192121	0.29601004
-0.02687215	0.60205999	-0.01617864	0.00072211	0.36247623
-0.00086946	0.65321251	-0.00056794	7.5596E-07	0.42668659
0.0211893	0.69897	0.01481068	0.00044899	0.48855907
-1.62313334	3.54946308	-0.04513032	0.5741103	2.17197912

Cálculo del promedio de las variables de log x & log y

a. $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_n}{n}$

b. $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_n}{n}$

$\bar{x} = -\frac{1.62}{10}$

$\bar{y} = \frac{3.55}{10}$

$\bar{x} = -0.16$

$\bar{y} = 0.36$

Ahora para encontrar la correlación usamos $\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{S_{xy}}}{\boldsymbol{S_x S_y}}$

Necesitamos tanto el numerador como el denominador. En el primer caso es la covarianza

$$S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - \bar{x}\bar{y}$$

$$S_{xy} = -\frac{0.04513032}{10} - (-0.16 \times 0.36)$$

$$S_{xy} = 0.0531$$

Los denominadores hacen referencia a las desviaciones de las dos variables

a. $S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=n}^{1} x^2}{n} - \bar{x}^2}$

$S_x = \sqrt{\frac{0.5741103}{10} - (-0.16)}$

$S_x = 0.178$

b. $S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=n}^{1} y^2}{n} - \bar{y}^2}$

$S_x = \sqrt{\frac{2.17197912}{10} - 0.36^2}$

$S_x = 0.302$

Por lo tanto el valor de r queda

$$\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{S_{xy}}}{\boldsymbol{S_x S_y}}$$

$$\boldsymbol{r} = \frac{\mathbf{0.0531}}{\mathbf{0.178} \times \mathbf{0.302}}$$

$$\boldsymbol{r} = \mathbf{0.9975}$$

Vemos que está próximo a 1 pero con el coeficiente de determinación tenemos que la relación es muy fuerte

$$\boldsymbol{r^2} = \mathbf{0.9975^2}$$

$\boldsymbol{r^2} = \mathbf{0.995}$ que efectivamente es el resultado dado por Excel

ECUACION DE MINIMOS CUADRADOS

Esta ecuación es la que mejor se ajusta a la nube de puntos y es el modelo lineal que mejor describe esta relación

Partimos de la ecuación

$$y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$$

Donde la pendiente es $\boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{S_{xy}}}{\boldsymbol{S_x^2}}$

Encontrando la pendiente y sustituyendo

$$\boldsymbol{m} = \frac{\mathbf{0.0531}}{\mathbf{0.178^2}}$$

$$\boldsymbol{m} = \mathbf{1.676}$$

Ahora utilizando las medias de las dos variables de logaritmos nos queda

$$y - 0.36 = 1.676(x - (-0.16))$$

$$y - 0.36 = 1.676x + 0.2681$$

$$y = 1.676x + 0.628$$

Procedimiento para obtener la aceleración de la gravedad

Como mencionamos al principio la ecuación de la posición en cinemática es $\Delta Y = \frac{1}{2}at^2$ y al cambiar la aceleración "a" por la aceleración de la gravedad esta queda $\Delta Y = 0.5gt^2$

a semejanza la ecuación de regresión o mínimos cuadrados

la ecuación de mínimos cuadrados la convertimos en logarítmica de la forma $y = kt^n$ donde K es la constante de la ecuación exponencial,

veamos

utilizand la ecuación exponencial

$y = kt^n$ utilizamos logaritmos de base 10 a ambos lados

$\log y = \log(kt^n)$ propiedad de logaritmo de un producto equivale a la suma de los logaritmos de los factores

$\log y = \log k + \log t^n$ aplicando ley de logaritmos para una potencia

$\log y = \log k + n \log t$

ahora vemos la ecuación del modelo lineal obtenida por la ecuación de mínimos cuadrados

$y = 1.676x + 0.628$

El termino independiente equivale a log k pues es el intercepto con el eje y

$0.628 = \log k$ convirtiéndola a exponencial

$10^{0.628} = k$

$4.246 = k$

Mientras tanto la pendiente de la recta linealizada equivale a

1.676=n   por lo tanto **sustituyendo** en la exponencial queda

$y = kt^n$

$y = 10^{0.628} t^{1.676}$

$y = 4.246 t^{1.676}$

ahora asociamos la ecuación exponencial obtenida con la ecuación exponencial que utilizamos en cinemática igualando las constantes

$4.246 = 0.5\ a_g$

$$a_g = \frac{4.246}{0.5}$$

$$\boldsymbol{a_g = 8.49\ m/s^2}$$

Validación

Comparando nuestro resultado con la de la aceleración de la gravedad, obtendremos el margen de error dado por

$$E = \frac{|Valor\ real - valor\ teorico|}{valor\ real} \times 100$$

$$E = \frac{|9.81 - 8.49|}{9.81} \times 100$$

$$E = 13.46\%$$

Factores que influenciaron están el margen de error de los aparatos usados como el cronometro , la precisión de obtener el tiempo de caída, el factor humano, condiciones de clima etc. Podría concluir que el valor encontrado tiene un margen de error del 13%.

CONCLUSIONES

Para encontrar el valor de la aceleración de la gravedad utilizamos el método de linealización de una ecuación de forma exponencial, hechos los procedimientos nos ha quedado una $\boldsymbol{a_g = 8.49\%}$ con un margen de error del 13%.

Inicialmente observamos que la correlación lineal de la curva ya linealizada fue de r=9975 y su coeficiente de determinación r^2 = 0.995 lo que la hace tener una correlación muy fuerte muy cerca del 1. Por ser fuerte comprendemos que se obtiene la linealización que queríamos

Respecto al margen de error como comenté anteriormente hay variables que afectan en este método como posibles variantes como por ejemplo en la forma de la medida, la precisión del instrumento utilizado y las condiciones en que se deja caer el objeto.

La ecuación de mejor ajuste fue la base para encontrar la aceleración de la gravedad al equiparar las constantes de dicha ecuación con la ecuación dada en cinemática.

Se utilizaron logaritmos en la linealización como método de encontrar una correlación entre dichas variables. Se cambiaron las variables por el hecho de que en la ecuación de cinemática es el tiempo la variable independiente.

Es de anotar que la aceleración de la gravedad de 9.8 m s^{-1} es el valor que obtiene a nivel del mar por lo que en nuestro 13% no estamos tomando en cuenta que la latitud donde nos encontramos es diferente al nivel del mar.

Bibliografía

- Ballesteros, F. J. (2017, March 27). *Gravedad y vida*. Conec. http://www.conec.es/astronomia/gravedad-y-vida/
- López, J. F. (2019, September 4). *Rango (estadística)*. Economipedia. https://economipedia.com/definiciones/rango-estadistica.html
- S. (2020, June 17). *Significado de Gravedad*. Significados. https://www.significados.com/gravedad/
- Pacheco, J. (2019, April 20). *¿Qué es y cómo se calcula el Porcentaje de Error?* Web y Empresas. https://www.webyempresas.com/porcentaje-de-error
- Triola Mario (2010) Estadística ed. Pearson .